



NADAV'S PRIVATE LESSONS

your way to success

7. נתונה הפונקצייה $f(x) = \frac{4x}{\sqrt{x^2 + x}}$.

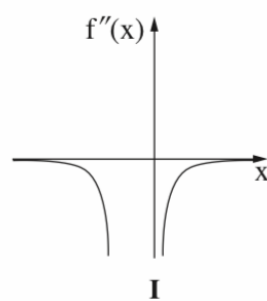
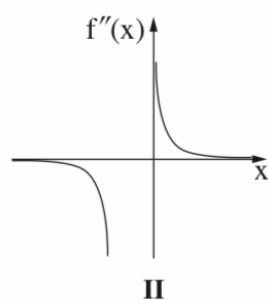
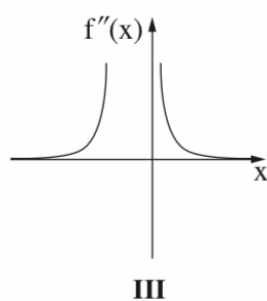
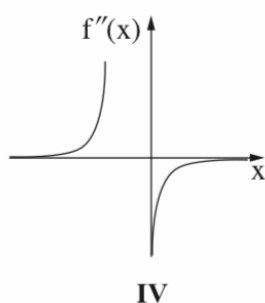
- א. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.
 (2) האם גרף הפונקצייה $f(x)$ חותך את הצירים? נמקו את תשובתכם.
 (3) מצאו את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקצייה $f(x)$.
 (4) מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקצייה $f(x)$.

נתון כי לפונקצייה $f(x)$ אין נקודות פיתול.

ב. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.

ג. היעזרו בגרף הפונקצייה $f(x)$, וקבעו איזה מן הגרפים I–IV שבסוף השאלה מתאר את גרף הנגזרת השנייה $f''(x)$.
 נמקו את קביעתכם.

ד. חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת השנייה $f''(x)$, על ידי ציר ה- x ועל ידי הישרים $x = 1$ ו- $x = 2$.



⊕

$$(1) f(x) = \frac{4x}{\sqrt{x^2+x}}$$

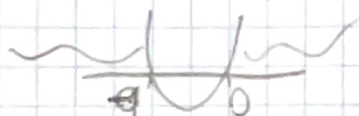
$$\sqrt{\frac{16x^2}{x^2+x}} \Rightarrow \sqrt{\frac{16x}{x+1}}$$

$$x^2+x > 0$$

$$x(x+1) > 0$$

$$\downarrow \quad \downarrow$$

$$x=0 \quad x=-1$$



$$x < -1 \quad 0 < x$$

ת.ב.

(2) ע"א חותק את ציר ה-y כי הוא ע"כ כת.י.

$$f(x) = 0$$

$$0 = \frac{4x}{\sqrt{x^2+x}}$$

$$x=0$$

כף

כת.י.

הערה: ע"א חותק את ציר ה-x

$$(3) f(x) \xrightarrow{x \rightarrow \infty} 4 \quad f(x) \xrightarrow{x \rightarrow -\infty} -4$$

$$y=4 \quad y=-4$$

$$f(x) \xrightarrow{x \rightarrow -1^-} -\infty$$

$$f(x) \xrightarrow{x \rightarrow 0^+} 0$$

כאן

$$x=-1$$

$$f'(x) = \frac{4\sqrt{x^2+x} - 4x \cdot \left(\frac{2x+1}{2\sqrt{x^2+x}}\right)}{\sqrt{x^2+x}^2}$$

$$f'(x) = 0$$

$$u = 4x$$

$$u' = 4$$

$$v = \sqrt{x^2+x}$$

$$v' = \frac{2x+1}{2\sqrt{x^2+x}}$$

$$y = \sqrt{x^2+x} = \frac{1}{2} \frac{x(2x+1)}{\sqrt{x^2+x}}$$

$$2(x^2+x) = x(2x+1)$$

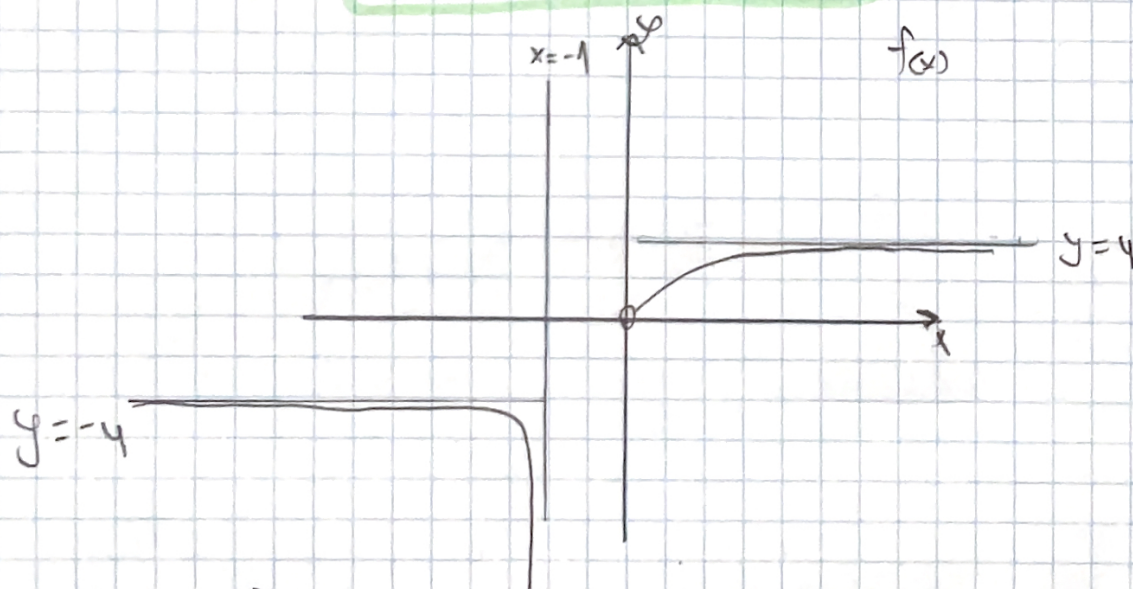
$$2x^2+2x = 2x^2+x$$

$$x=0$$

		א.ה.	$f''(x)$
x		-1	0
$f'(x)$	-		+
$f(x)$	↓		↑

ויקרו
 $x < -1$

עולה
 $x > 0$



ניתן לראות שהפונקציה $f(x)$ היא תמיד בקצרות $\cap$ כלומר גרף הפונקציה
השנייה צריך להיות תמיד שלילי כך שהערך I הוא חיובי

$$I = - \int_1^2 f''(x) dx = - f'(x) \Big|_1^2 = - \left(\frac{\sqrt{6}}{9} - \frac{\sqrt{2}}{2} \right) = 0.434$$