



NADAV'S PRIVATE LESSONS

your way to success

פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות שורש, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות טריגונומטריות

6. נתונה הפונקצייה $f(x) = \frac{x^2 - a^2}{(x - 3)^2}$, $0 < a < 3$ הוא פרמטר.

א. ענו על התת-סעיפים (1)–(5). הביעו את תשובותיכם באמצעות a אם יש צורך.

(1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.

(2) מצאו את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקצייה $f(x)$.

(3) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם הצירים.

(4) מצאו את שיעור ה- x של נקודת הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגה.

(5) סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.

נתונה הפונקצייה $g(x) = \frac{x^2}{(x - 3)^2}$, המוגדרת באותו התחום שבו מוגדרת הפונקצייה $f(x)$.

ב. (1) הוכיחו כי גרף הפונקצייה $g(x)$ נמצא כולו מעל גרף הפונקצייה $f(x)$.

(2) הביעו באמצעות a את השטח המוגבל על ידי הגרפים של הפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$, על ידי הישר $x = 1$ ועל ידי ציר ה- y .

6)

$$0 < a < 3$$

$$f(x) = \frac{x^2 - a^2}{(x-3)^2}$$

$$(x-3)^2 \neq 0$$

$$x-3 \neq 0$$

$$x \neq 3$$

$$x=3$$

$$f(x) \xrightarrow{x \rightarrow \infty} 1$$

$$f(x) \xrightarrow{x \rightarrow -\infty} 1$$

$$y=1$$

$$f(x=0) = \frac{-a^2}{(-3)^2} = -\frac{a^2}{9}$$

$$(0, -\frac{a^2}{9})$$

$$f(x)=0$$

$$x^2 - a^2 = 0$$

$$x^2 = a^2$$

$$x = \pm a$$

$$(a, 0) \quad (-a, 0)$$

$$u = x^2 - a^2$$

$$v = x^2 - 6x + 9$$

$$u' = 2x$$

$$v' = 2x - 6$$

$$f'(x) = \frac{2x(x^2 - 6x + 9) - (x^2 - a^2)(2x - 6)}{(x-3)^4} = \frac{2x(x-3)^2 - 2(x-3)(x^2 - a^2)}{(x-3)^4}$$

$$f'(x)=0$$

$$2(x-3)(x^2 - 3x - x^2 + a^2) = 0$$

$$x=3$$

$$a^2 = 3x$$

$$x = \frac{a^2}{3}$$

x	$\rightarrow 0$	$\frac{d}{dx}$	$x=3$	$\rightarrow +$
$f'(x)$	-		+	-
$f(x)$	$\downarrow$		$\uparrow$	$\downarrow$
		$V_{\min}$		

$$f'(0) = 12 \cdot 0^2 < 0$$

$$f'(3) = +\infty$$

$$f(s) = \dots$$

$$x = \frac{a^2}{3} \text{ min}$$



$$g(x) = \frac{x^2}{(x-3)^2}$$

(כרך) הארץ מקיים השלום

$$f(x) \leq g(x)$$

$$\frac{x^3 - a^2}{(x-3)^2} \stackrel{?}{=} \frac{x^2}{(x-3)^2} \quad / \cdot (x-3)^2 > 0$$

$$x^2 - 5x + x^2$$

$$0 < a^2$$

$$0 < \alpha < 3$$

$g(x) = f(x)$ מלבד ב-10

$$S = \int_0^1 g(x) - f(x) dx = \int_0^1 \frac{x^2 + a^2 - x^2}{(x-3)^2} dx = \int_0^1 \frac{a^2}{(x-3)^2} dx = a^2 \int_0^1 (x-3)^{-2} dx$$

$$a^2 \left[\frac{(x-3)^{-1}}{-1} \right]_0^1 = a^2 \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2} \right) = \frac{a^2}{2}$$